

基于人工蜂鸟算法与三参数威布尔分布的机械密封可靠性评估*

RELIABILITY ESTIMATION OF MECHANICAL SEALS BASED ON ARTIFICIAL HUMMINGBIRD ALGORITHM AND THREE-PARAMETER WEIBULL DISTRIBUTION

李安红**¹ 朱军华^{1,2} 余岭***¹

(1. 暨南大学 力学与建筑工程学院 重大工程灾害与控制教育部重点实验室, 广州 510632)

(2. 工业和信息化部电子第五研究所, 广州 511370)

LI AnHong¹ ZHU JunHua^{1,2} YU Ling¹

(1. MOE Key Lab of Disaster Forecast and Control in Engineering, School of Mechanics and Construction Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

(2. CEPREI, Guangzhou 511370, China)

摘要 为了对机械密封件进行快速准确的可靠性评估,采用三参数威布尔(Weibull)分布对机械密封故障数据进行建模,将机械密封可靠性评估问题转化为约束优化问题,提出基于人工蜂鸟算法(Artificial Hummingbird Algorithm, AHA)的可靠性评估方法,并通过数值模拟和实例分析比较了极大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)法、改进哈里斯鹰优化(Improved Harris Hawks Optimization, IHHO)算法和AHA在求解Weibull分布参数估计问题中的计算精度及运行效率。结果表明,基于AHA进行参数估计具有收敛速度快和计算精度高的优点,较MLE和IHHO算法寻优时间缩短且精度提高,从而为机械密封的可靠性评估提供了一种新的高效方法。

关键词 机械密封 三参数威布尔分布 人工蜂鸟算法 可靠性

中图分类号 TB115

Abstract In order to quickly and accurately evaluate the reliability of mechanical seals, the three-parameter Weibull distribution was used to model the mechanical seal failure data. The reliability evaluation problem of mechanical seal was transformed into a constraint optimization problem, and a reliability evaluation method based on artificial hummingbird algorithm (AHA) was proposed. Through numerical simulation and case analysis, maximum likelihood estimation (MLE), improved Harris Hawks optimization (IHHO) algorithm and AHA were used to compare calculation accuracy and operational efficiency in solving the Weibull distribution parameter estimation problems. The results show that the parameter estimation using AHA has advantages of faster convergence speed and higher accuracy, and it can shorten the optimization time and improve the accuracy compared with MLE algorithm and IHHO algorithm, which provides a new and efficient method for Weibull parameter estimation of mechanical seals.

Key words Mechanical seal; Three-parameter Weibull distribution; Artificial hummingbird algorithm; Reliability

Corresponding author: YU Ling, E-mail: lyu1997@163.com, Fax: +86-20-85228275

The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52178290), and the Key Research and Development Program of China (No. 2018YFB2000800).

Manuscript received 20220824, in revised form 20221118.

0 引言

机械密封具有泄漏量小、高可靠度及长寿命的特点,已广泛运用于反应釜、泵、压缩机、搅拌器等旋转机

械设备上,其工作状态对于整个系统的性能和安全至关重要^[1]。因此,对机械密封可靠性进行评估,对于保障旋转机械设备的安全运行及提升产品可靠性具有重要的应用价值。

* 20220824 收到初稿, 20221118 收到修改稿。国家自然科学基金项目(52178290), 国家重点研发计划项目(2018YFB2000800)资助。

** 李安红, 男, 1997年生, 湖北恩施人, 土家族, 暨南大学力学与建筑工程学院硕士研究生, 主要研究方向为机械密封可靠性评估。

*** 余岭(通信作者), 男, 1963年生, 湖北浠水人, 汉族, 暨南大学力学与建筑工程学院教授, 博士, 博士研究生导师, 主要研究方向为结构健康监测等。

在可靠性评估方面,三参数威布尔(Weibull)分布广泛运用在机械产品失效建模中。何葵晖等^[2]运用 E-Bayes 估计和最小二乘法分析了无故障数据在 Weibull 分布中单侧置信可靠性。魏龙等^[3]介绍了机械密封基于 Weibull 失效分布模型的几种参数估计数值分析方法。肖丽丽等^[4]基于配分布曲线法给出了 Weibull 分布参数估计值和基于修正似然函数法计算了给定时间的可靠度估计值。陈启东等^[5]通过 K-S 检查法确定了机械密封的有效运行时间服从三参数 Weibull 分布。曹克强等^[6]采用最小二乘法和相关系数结合的方法分析了定量泵试验数据,发现三参数 Weibull 分布模型比二参数 Weibull 分布模型更为精确。其中针对 Weibull 分布的参数估计求解用到的最常用的方法为极大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)法。MLE 法有两种思路:一种是采用 Newton-Raphson 迭代法来求解三个非线性偏导方程组,这种方法过于依赖初值,初值的选取不当,会导致陷入局部最优解,无法得到最终结果^{[7]78-81}。另一种是将位置参数赋予指定值,通过消元与降阶变换,采用二分法求解,这种方法求解过程烦琐,计算精度与位置参数的分解份数有关,分解份数越多,精度越高,耗时越长^{[8]1892-1899}。

为了解决过度依赖初值的问题和精度与效率不协调的矛盾,已有智能算法被用于求解 Weibull 分布参数,比如遗传算法^[9]、粒子群优化算法^[10]、哈里斯鹰优化算法^[11]等。但是,这几种方法对参数相对敏感,容易出现早熟收敛现象,在高维问题中易陷入局部最优解。本文将人工蜂鸟算法(Artificial Hummingbird Algorithm, AHA)^{[12]388}这种参数敏感性较小和寻优能力强的智能算法引入三参数 Weibull 分布的参数估计问题中。通过仿真数据,与传统的 MLE 法和改进哈里斯鹰优化(Improved Harris Hawks Optimization, IHHO)算法进行了比较,分析了三种方法的计算精度及运行效率,最后运用压缩机平台用的弹簧接触式密封的现场故障数据对其进行了验证,并计算了其可靠度、失效率及平均寿命,为现场的周期维修提供了重要技术参考与依据。

1 三参数 Weibull 分布模型

Weibull 分布是描述机械系统及其零部件寿命数据分布规律最常用的一种分布形式,二参数的 Weibull 分布描述的设备在 $t > 0$ 的任何时刻都有可能发生故障^{[7]78-81}。机械密封由于高可靠性及长寿命的特点,在投入运行的初期不会发生故障。因此,对于机械密封的故障数据,选用三参数 Weibull 分布建模更为合适。三参数 Weibull 分布的概率密度函数为

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\alpha-1} \exp \left[- \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\alpha} \right], & t \geq \gamma \\ 0, & t < \gamma \end{cases} \quad (1)$$

可靠度函数为

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\alpha} \right] \quad (2)$$

分布函数为

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (3)$$

失效率函数为

$$\lambda(t) = \frac{\alpha}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\alpha-1} \quad (4)$$

平均寿命为

$$\bar{t} = \gamma + \eta \Gamma(1 + 1/\alpha) \quad (5)$$

式中, t 为机械密封故障数据; α 为形状参数, $\alpha > 0$; η 为尺度参数, $\eta > 0$; γ 为位置参数, $\gamma \geq 0$; $\Gamma(\cdot)$ 为 Γ 函数。

2 Weibull 分布参数估计

2.1 优化问题公式

只有确定 Weibull 分布的三个参数之后,才能计算机械密封的各个可靠性指标及平均寿命。实际上,上述参数估计问题可转化为约束优化问题。由于 AHA 在求解非线性约束优化问题上具有良好的优势,本文运用 AHA 求解下列函数最小值的优化问题:

$$\begin{cases} \min Y(t) = Y(t | \alpha, \eta, \gamma) = - \ln \prod_{i=1}^n f(t_i | \alpha, \eta, \gamma) = \\ n \ln \frac{\alpha}{\eta} + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{t_i - \gamma}{\eta} \right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{t_i - \gamma}{\eta} \right)^{\alpha} \\ \text{s. t. } 0 < \alpha < 5, 0 < \eta < t_{\max}, 0 \leq \gamma < t_{\min} \end{cases} \quad (6)$$

式中, $Y(t)$ 为目标函数; $t_{\min}$ 、 $t_{\max}$ 分别为机械密封故障数据中的最小值和最大值。

2.2 人工蜂鸟算法(AHA)

AHA 的灵感来源于自然界中蜂鸟的特殊飞行技能和智能觅食策略,并已成功应用于悬臂梁设计和滚动轴承设计等问题中^{[12]388}。同时构建了模仿蜂鸟记忆能力的访问表,引导执行全局优化,使得该算法具有参数敏感性较小、寻优能力强的特点。

2.2.1 AHA 的主要原理

在可行域内随机初始化 n 个食物源的位置,如式(7)所示:

$$x_i = l_b + p(u_b - l_b), i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

式中, u_b 和 l_b 分别为 d 维问题的上、下边界; p 为 $[0, 1]$ 上的随机变量; x_i 为第 i 个食物源的位置。

食物源的访问表初始化如下:

$$VT_{i,j} = \begin{cases} 0, i \neq j, i = 1, 2, \dots, n \\ \text{null}, i = j, j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (8)$$

式中, $i = j, VT_{i,j} = \text{null}$ 表示蜂鸟在特定的食物源进食; $i \neq j, VT_{i,j} = 0$ 表示第 i 只蜂鸟在当前迭代中访问了第 j 个食物源。

模拟引导觅食行为和候选食物源的数学方程如下:

$$v_i(m+1) = x_{i,\text{tar}}(m) + aD[x_i(m) - x_{i,\text{tar}}(m)] \quad (9)$$

式中, $v_i(m+1)$ 为在第 $m+1$ 次迭代时第 i 个食物源的位置; $x_{i,\text{tar}}(m)$ 为第 i 只蜂鸟计划访问的目标食物源的位置; a 为一个服从正态分布的引导因子; D 为飞行技能; $x_i(m)$ 为在第 m 次迭代时第 i 个食物源的位置。

第 i 个食物源的位置更新如下:

$$x_i(m+1) = \begin{cases} x_i(m), Y[x_i(m)] \leq Y[v_i(m+1)] \\ v_i(m+1), Y[x_i(m)] > Y[v_i(m+1)] \end{cases} \quad (10)$$

模拟蜂鸟在区域性觅食策略和候选食物源中的局部搜索的数学方程如下:

$$v_i(m+1) = x_i(m) + bDx_i(m) \quad (11)$$

式中, b 为服从标准正态分布的区域性觅食因子。

蜂鸟从补充花蜜率最差的来源迁移到随机产生的新来源的觅食情况如下:

$$x_{\text{wor}}(m+1) = l_b + r(u_b - l_b) \quad (12)$$

式中, x_{wor} 为种群中花蜜补充率最差的食物来源。

2.2.2 AHA 的执行步骤

利用 AHA 求解 Weibull 分布参数的步骤如下:

1) 初始化种群。分别按式(7)和式(8)初始化食物源位置和访问表,将初始解均匀分布在可行域内。

2) 定义重要参数。人工蜂鸟种群数 50,最大迭代次数 150,求解维度 3,迁移系数 100。

3) 计算每个食物源的花蜜补充率,通过比较花蜜补充率的大小选出当前最优食物源。

4) 根据式(9)、式(11)和式(12)分别执行引导觅食、区域觅食和迁徙觅食。

5) 根据式(10)进行位置更新,若更新后的食物源优于当前最优食物源,则蜂鸟放弃当前食物源,否则停留在当前食物源觅食。

6) 终止准则判断。达到最大迭代次数 150,则退出循环,输出最佳花蜜补充率和全局最优解,否则重复步骤 3)。

3 算法检验与仿真分析

3.1 算法检验

Anderson-Darling (AD) 法可检验样本数据和分布

函数值的拟合程度, A_{AD} 值越小,说明样本数据与分布函数值的拟合程度越高,计算式为

$$A_{AD} = \sum_{i=1}^n \frac{1-2i}{n} \{ \ln[F(t_k)R(t_k)] \} - n \quad (13)$$

3.2 仿真分析

为了验证所提算法的优越性,取 Weibull 分布的参数为 $(\alpha, \eta, \gamma) = (2, 10000, 5000)$, 通过 Matlab 产生 30 个服从 Weibull 分布的机械密封失效数据,从 30 个数据中随机选取 50% 作为完全失效数据,剩下 50% 作为未发生失效数据,做删除处理。然后,采用三参数 Weibull 分布对上述构造数据进行建模,运用本文所提方法对其参数进行求解。为了验证基于 AHA 的可靠性评估方法比其他方法更有优势,选用了文献[8]¹⁸⁹²⁻¹⁸⁹⁹中所用 MLE 方法和文献[11]¹⁷⁵³⁻¹⁷⁶²中所用的 IHHO 算法的计算结果进行对比,此处的改进是在哈里斯鹰优化算法的基础上添加了一个循环检验过程,以避免陷入局部最优^{[11]1753-1762}。

应用 MLE 方法时,不同于传统的 Newton-Raphson 迭代法,采用的是消元降阶与二分法相结合的方法进行求解,该方法不需要赋予初值进行迭代求解,精度较高^{[11]1753-1762},本文将位置参数所在区间分为 10 000 份;两种智能算法的种群规模为 50,最大迭代次数为 150, AHA 的迁移系数为 100, IHHO 算法中莱维飞行策略中的参数值为 1.5。由于智能算法具有随机性,三种方法分别运行 10 次后取均值,其计算结果见表 1, Mean 和 Variance 分别为适应度函数值的均值和方差。IHHO 算法和 AHA 的迭代过程如图 1 所示。所有代码都是使用 Matlab 2020a 完成的,本文相关的计算所采用的电脑配置为: Windows 10 的 64 位操作系统, Intel(R) Core(TM) i7-10750H CPU @ 2.60 GHz 处理器, 16.0 GB 内存。

表 1 三种方法的计算结果比较

Tab. 1 Comparison of calculation results of three methods

	MLE	IHHO	AHA
形状参数 Shape parameter	1. 635 2	2. 303 5	1. 635 0
尺度参数 Scale parameter	9 140. 115 3	12 154. 643 7	9 139. 666 7
位置参数 Location parameter	4 759. 334 2	2 219. 661 5	4 759. 491 1
适应度函数值 Fitness function value	147. 957 5	148. 039 3	147. 957 5
均值 Mean	148. 275 3	148. 325 8	147. 957 5
方差 Variance	3.55×10^{-1}	5.02×10^{-2}	1.75×10^{-16}
A_{AD}	0. 204 9	0. 237 8	0. 204 9
计算时间 Computation time/s	3. 964 2	0. 104 4	0. 074 2

对比表 1 中三参数的计算结果,AHA 的求解结果与 MLE 方法的结果十分接近,相对于三参数的真实值而言,虽然 IHHO 算法计算的形状参数值略优于另外两种方法,但是 MLE 方法和 AHA 计算的尺度参数和位置参数比 IHHO 算法更接近于真实值。

通过 A_{AD} 值可知,基于 AHA 和 MLE 方法得出的分布函数值与样本数据拟合程度最高。因此,在计算精度上, $AHA \approx MLE > IHHO$ 。对比计算时间可知,MLE 方法的计算时间是 IHHO 算法的 38 倍,是 AHA 的 53 倍,两种智能算法相较于数值法在计算效率上得到了很大的提高,显然,AHA 的计算效率最高,收敛速度最快。

由图 1 可以看出,IHHO 算法在第 104 次迭代才进入平稳搜索区域,而 AHA 在第 65 次迭代就进入平稳搜索。并且 IHHO 算法只有两个平台,有可能进入了局部最优解。而 AHA 的收敛曲线快速下降,有多个平台,这是因为 AHA 的智能觅食策略和独特飞行技能机制会帮助跳出局部最优解,最终找到全局最优解。对比最佳适应度值可知,AHA 能在更短的时间内找到更小的适应度值,说明 AHA 寻优能力更强。同时,AHA 的最佳适应度函数值和均值几乎一样,说明该方法的计算结果更接近于最优解。并且其方差远小于另外两种方法,代表其求解结果集中程度高,结果波动小,更加稳定,有更好的鲁棒性。

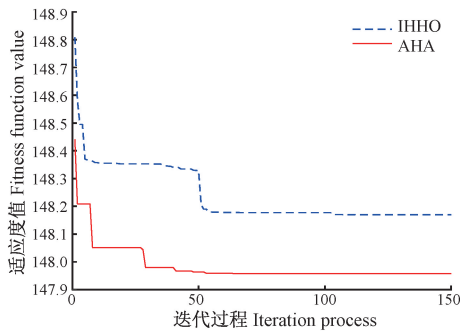


图 1 IHHO 算法和 AHA 的迭代过程
Fig. 1 Iterative process of IHHO algorithm and AHA

4 实例分析

4.1 实例验证

为了进一步说明 AHA 在机械密封可靠性评估领域的优势,以文献[13]¹⁻⁶中压缩机平台用的弹簧接触式密封随机截尾故障数据为例,对比 AHA、IHHO 算法及 MLE 方法的计算结果。参数设置与数值模拟中设置一样,运用 MLE 方法、IHHO 算法及 AHA 分别求三参数 Weibull 分布的参数,结果如表 2 所示。

文献[13]¹⁻⁶中运用最小二乘法对三参数 Weibull 分布的估计结果为 $\hat{\alpha} = 3.51, \hat{\eta} = 15\,717.33, \hat{\gamma} = 0$ 。对

比表 2 中的计算结果可知,MLE 方法和 AHA 的估计结果十分接近,比 IHHO 算法更加接近最小二乘法的估计值。特别是对于位置参数,IHHO 算法求解结果与 0 相差太大。由位置参数的几何意义可知,位置参数估计值偏大,会让 Weibull 的概率密度函数向右移动,这会导致失效估计值偏大。此外,MLE 方法的计算时间最长;IHHO 算法次之;AHA 最快,计算效率最高。

表 2 三种方法的计算结果比较
Tab.2 Comparison of the example's calculation results of three methods

	MLE	IHHO	AHA
形状参数 Shape parameter	3.720 2	3.208 4	3.720 0
尺度参数 Scale parameter	14 896.078 2	13 186.789 0	14 896.437 8
位置参数 Location parameter	0.525 6	1 597.913 4	0.002 0
适应度函数值 Fitness function value	556.348 0	555.510 1	555.465 0
均值 Mean	562.983 5	555.797 3	555.465 0
方差 Variance	9.08×10^{-1}	1.43×10^{-1}	3.45×10^{-13}
A_{AD}	1.240 7	1.395 7	1.240 5
计算时间 Computation time/s	10.259 1	0.306 7	0.159 2

三种方法的机械密封可靠度曲线及经验可靠度如图 2 所示。由图 2 可以看出,经验可靠度在失效初期和后期较均匀地分布在拟合可靠度曲线两侧,在失效中期的预测结果整体低于经验可靠度。虽然由图 2 无法明显地看出三种方法的预测可靠度曲线与样本数据的拟合程度差异,但由表 2 中的 A_{AD} 值可知,AHA 和 MLE 方法的拟合可靠度曲线与经验可靠度拟合程度更高,说明这两种方法的预测可靠度曲线与实际机械密封故障数据更吻合,这也验证了数值模拟中 AHA 和 MLE 方法的计算精度相当,且高于 IHHO 算法的结论。

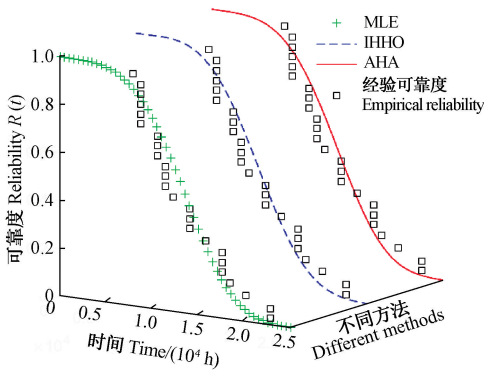


图 2 机械密封可靠度曲线
Fig. 2 Reliability curves of mechanical seal

因此,基于 AHA 的 Weibull 分布参数估计具有收敛速度快、获取全局最优解能力强等优点,这进一步说明了本文所提方法在机械密封可靠性评估中更具优越性。

4.2 可靠性评估计算

将 AHA 求解得到的参数值代入式(2)、式(4)及式(5)中,可得机械密封的可靠度函数 $R(t)$ 、失效率函数 $\lambda(t)$ 和平均寿命 $\bar{t}$ 分别为

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t - 0.0020}{14896.4378}\right)^{3.72}\right] \quad (14)$$

$$\lambda(t) = \frac{3.72}{14896.4378} \left(\frac{t - 0.0020}{14896.4378}\right)^{2.72} \quad (15)$$

$$\bar{t} = \gamma + \eta\Gamma(1 + 1/\alpha) = 13\,447 \text{ h} \quad (16)$$

机械密封的失效率函数曲线如图 3 所示。由图 3 可知,失效率随着运行时间的增加而增大。当运行时间小于 5 000 h 时,机械密封的失效率很低,属于平稳运行区,此阶段的失效以随机失效为主,5 000 h 后进入耗损失效期。

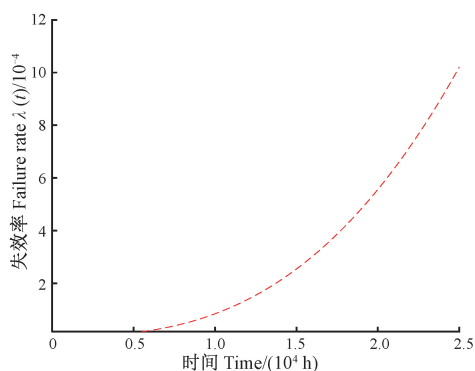


图 3 机械密封失效率曲线

Fig. 3 Failure rate curve of mechanical seal

平均寿命即为平均无故障时间,它对于机械密封维修周期的确定具有重要参考价值。

5 结论

将 AHA 应用于三参数 Weibull 分布的参数估计问题中,基于机械密封仿真寿命数据和现场故障数据,分别对比了 MLE 方法、IHHO 算法和 AHA 在 Weibull 分布参数估计中的运行效率和计算精度。得出以下结论:

1) 提出了基于 AHA 的求解三参数 Weibull 分布参数的估计方法,其结果与未知参数的真实值十分接近,表明了运用本文所提方法估算 Weibull 分布参数的可行性和有效性。

2) 相较于传统的 MLE 方法,本文将位置参数分解为 10 000 份,其计算精度达到了 0.1 以上,本文提出的 AHA 仍能保持计算精度与其相当,但运算时间能够大幅降低,大大节约计算成本。

3) 相较于 IHHO 算法,基于 AHA 的计算精度和运算效率均有较大优势,且收敛速度更快、寻优能力更强。

参考文献 (References)

[1] 张尔卿. 机械密封端面状态监测及寿命预测关键技术研究

[D]. 成都:西南交通大学, 2015:1-5.

ZHANG ErQing. Research on key technologies for mechanical seal end surface condition monitoring and life prediction [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015:1-5 (In Chinese).

[2] 何葵晖, 唐家银. Weibull 型无故障数据下综合 Bayes 置信可靠性评估模型 [J]. 机械强度, 2020, 42(3): 610-616.

HE WuHui, TANG JiaYin. Integrated Bayesian confidence reliability evaluation model based on Weibull type zero-failure data [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(3): 610-616 (In Chinese).

[3] 魏 龙, 顾伯勤, 孙见君, 等. 石油化工泵用机械密封的可靠性参数估计 [J]. 流体机械, 2008(2): 27-30.

WEI Long, GU BoQin, SUN JianJun, et al. Parameter estimation of reliability of mechanical seals for petrochemical pump [J]. Fluid Machinery, 2008 (2): 27-30(In Chinese).

[4] 肖丽丽, 刘登第, 浦恩山, 等. 基于无失效数据机械密封的可靠性研究 [J]. 核标准计量与质量, 2015 (2): 30-36.

XIAO LiLi, LIU DengDi, PU EnShan, et al. Reliability study of mechanical seals based on no-failure data [J]. Journal of Nuclear Standard Metrology and Quality, 2015 (2): 30-36 (In Chinese).

[5] 陈启东, 陈姬姬. 原油泵机械密封寿命周期及失效模式分析 [J]. 机械设计与制造, 2017(7): 95-97.

CHEN QiDong, CHEN YuanYuan. Research on the life cycle and failure rate for mechanical seal of the crude oil pump [J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(7): 95-97 (In Chinese).

[6] 曹克强, 胡良谋, 熊申辉, 等. 基于三参数威布尔分布的定量泵可靠性分析 [J]. 现代制造工程, 2016 (12): 99-102.

CAO KeQiang, HU LiangMou, XIONG ShenHui, et al. Reliability analysis of constant displacement pump based on three parameter Weibull distribution [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2016 (12): 99-102 (In Chinese).

[7] 郑 锐. 三参数威布尔分布参数估计及在可靠性分析中的应用 [J]. 振动与冲击, 2015, 34(5): 78-81.

ZHENG Rui. Parameter estimation and application in reliability analysis of three-parameter Weibull distribution [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(5): 78-81 (In Chinese).

[8] LI Z, CUI J, LI W, et al. Three parameter Weibull distribution estimation based on particle swarm optimization [C]//2018 13th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA). IEEE, 2018: 1892-1899.

[9] 张 青, 郑 岩, 王 炫, 等. 基于遗传算法右删失威布尔的可靠性分析研究 [J]. 机械强度, 2020, 42(1): 87-93.

ZHANG Qing, ZHENG Yan, WANG Xuan, et al. Reliability analysis of right censored Weibull distribution based on genetic algorithm [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42(1): 87-93 (In Chinese).

[10] BASHEER G T, ALGAMAL Z Y. Reliability estimation of three parameters Weibull distribution based on particle swarm optimization [J]. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 2021, 17(1): 35-42.

[11] 周念汶, 贺德强, 苗 剑, 等. 基于改进 HHO 算法的城轨列车关键部件可靠性研究 [J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19 (6): 1753-1762.

ZHOU NianWen, HE DeQiang, MIAO Jian, et al. Reliability analysis of key components of urban rail train based on improved HHO algorithm [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2022, 19(6): 1753-1762 (In Chinese).

[12] ZHAO W G, WANG L Y, MIRJALILI S. Artificial hummingbird algorithm: a new bio-inspired optimizer with its engineering applications [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 388: 114194.

[13] 朱军华, 冯嘉珍, 时 钟, 等. 机械密封可靠性分析 [J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2022, 40(3): 1-6.

ZHU JunHua, FENG JiaZhen, SHI Zhong, et al. Reliability analysis of mechanical face seal [J]. Electronic Product Reliability and Environmental Testing, 2022, 40(3): 1-6 (In Chinese).